

Análisis de los fundamentos del razonamiento estadístico como disciplina complementaria, pero distintiva del razonamiento matemático

En cierta forma, todos somos educadores y aprendices semejantes, un poco cómo los cangrejos ermitaños: para crecer, debemos abandonar primero el caparazón protector al que estamos acostumbrados, y tolerar un período de vulnerabilidad hasta que podamos ajustarnos a un nuevo y más grande conjunto de hábitos y expectativas.
(ASA, 2005, p. 22)

Introducción

La estadística como disciplina es una parte importante del conjunto de ciencias exactas que representan las matemáticas. A pesar de ello, diferentes autores opinan que el razonamiento estadístico es diferente al razonamiento matemático, al punto que opinan que la estadística no es una rama de las matemáticas. Se argumenta que el formalismo matemático al ser importado en la enseñanza estadística aparenta ser una barrera para que los estudiantes puedan desarrollar las destrezas necesarias para reconocer y lidiar con la incertidumbre y la variabilidad características del razonamiento estadístico. Igualmente, recomiendan que si la estadística fuera a ubicarse dentro de otras disciplinas, ésta debe ser parte de las ciencias sociales o de la administración de empresas dado que en esas disciplinas se utiliza más el razonamiento estadístico (Batanero, 2001; Garfield & Ben-Zvi, 2008; Meletiou-Mavrotheris, 2007; Rossman, Chance & Medina, 2006; Scheaffer, 2006; Tukey, 1962). No obstante, concordamos con las ideas de otros autores (Moore & Cobb, 2000) de que las matemáticas son el lugar para guarecer la estadística debido a las fuerzas organizativas y el anclaje intelectual de las primeras. Estas ideas nos ayudan a afirmar que a pesar de las diferencias entre los razonamientos matemático y estadístico, éstos son complementarios, especialmente cuando reflexionamos sobre la forma en que fortalecen el currículo en matemáticas para todas las generaciones de estudiantes en todos los niveles educativos. Aunque concordamos con el hecho de que la estadística es parte de las diferentes

disciplinas particulares de las matemáticas, la práctica educativa nuestra de cada día nos ayuda a evidenciar los planteamientos que se expresan en la literatura sobre las diferencias entre cómo se razona estadísticamente versus cómo se razona matemáticamente.

Debido a esas diferencias entre ambos tipos de razonamiento, se han planteado diferentes perspectivas en las que el razonamiento estadístico se distingue del matemático. La educación estadística como disciplina tiene una trayectoria reciente de análisis e investigación en comparación con la educación matemática. Por consiguiente, la investigación y el estudio del razonamiento estadístico son también recientes, en comparación con los procesos análogos para el razonamiento matemático. Por cuanto, para contribuir al proceso de desarrollo de la educación estadística, a través de este documento analizaremos las diferentes perspectivas propuestas que están relacionadas con el razonamiento estadístico. Para ello, en primer lugar discutiremos brevemente las diferencias y semejanzas que tienen los razonamientos matemático y estadístico desde el punto de vista educativo. Luego, discutiremos las diferentes perspectivas sobre el razonamiento estadístico que analizaremos en cuanto a cómo están fundamentadas por diferentes posturas filosóficas, psicológicas y sociales. Finalmente, resumiremos y reflexionaremos sobre lo discutido, además de que se presentaremos algunas conclusiones y recomendaciones.

Razonamiento matemático versus razonamiento estadístico

Scheaffer (2006) argumenta que las matemáticas y la estadística son disciplinas en las que los números son protagonistas importantes. No obstante, el razonamiento matemático tiene como fin la búsqueda de la generalización y la abstracción a través del razonamiento deductivo riguroso. Mientras, el razonamiento estadístico tiene un fin contextual y de mayor aplicación, a

través del razonamiento inductivo. El razonamiento matemático está más asociado con la parte lógica del razonamiento general, la búsqueda de patrones y la optimización. Por lo tanto, está más asociado con la abstracción que nos permita encontrar elementos útiles para demostrar la veracidad de una prueba a través de la demostración. En este caso, la calidad de la solución encontrada está determinada por la precisión (Rossman, Chance & Medina, 2006). Sin embargo, el razonamiento estadístico está más asociado con entender, medir y describir procesos de la vida real en diferentes contextos: psicológicos, salubristas, políticos, educativos, entre otros. Por cuanto, no dudamos al afirmar que el razonamiento estadístico tiene un enfoque más de tipo social, en el que la contextualización de los datos es fundamental para poder analizarlos e interpretarlos correcta y razonablemente. Esta contextualización puede llevar a que diferentes personas lleguen a diferentes conclusiones posibles, a pesar de estar basadas en el mismo conjunto de datos. A diferencia del razonamiento matemático, para desarrollar el razonamiento estadístico a su máxima expresión es fundamental que los educadores utilicemos datos contextualizados en situaciones reales que tengan sentido en el entorno social de nuestros educandos.

Otro asunto importante para la diferencia entre ambos tipos de razonamiento son los conceptos relacionados con la medición y con la comunicación. En el razonamiento matemático la medición se refiere al aprendizaje de las unidades apropiadas para medir de forma precisa los atributos de un objeto, tales como la longitud, el área y el volumen, además de cómo saber utilizar las fórmulas para medir esos atributos. Sin embargo, en el razonamiento estadístico el concepto de medición está relacionado con las escalas o niveles de medición de las variables, los que no necesariamente están asociados con medidas precisas. En cuanto a la comunicación, aunque en ambos tipos de razonamiento es sumamente importante debido a la especificidad de

los conceptos usados, en el caso del razonamiento matemático la comunicación es una más especializada, de tipo simbólico. En el caso del razonamiento estadístico, la comunicación es más técnica por lo que afirmamos que es necesario que el emisor desarrolle destrezas particulares de comunicación oral y escrita para que sus receptores puedan comprenderlo mejor.

Para contribuir más a establecer las diferencias entre los razonamientos matemático y estadístico, la Asociación Estadística Americana (ASA, por sus siglas en inglés), desarrolló un marco conceptual para la enseñanza de la estadística tanto escolar como universitaria, a través de su Proyecto GAISE (ASA, 2005): *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistical Education*. Los diferentes temas que conforman ese marco conceptual establecen una diferencia entre las herramientas de las matemáticas que son necesarias para el razonamiento estadístico. Los mismos establecen claramente que el desarrollo teórico y el formalismo de las matemáticas es mínimo. Los conceptos fundamentales asociados con el razonamiento estadístico son desarrollados pragmáticamente a través del análisis de datos reales. Aunque las destrezas básicas de aritmética y álgebra del razonamiento matemático están presentes, las ideas relacionadas con los procesos de recopilación y análisis de los datos no son inherentes de ese tipo de razonamiento. Las mismas son ideas particulares del razonamiento estadístico y requieren uso mínimo de las destrezas matemáticas. Estos argumentos entendemos son evidencia para afirmar cómo los razonamientos matemático y estadístico son complementarios, pero a la misma vez distintivos. Es por cuanto que los educadores estadísticos impulsamos que el desarrollo del razonamiento estadístico esté más orientado hacia la resolución de problemas a través del diseño de experimentos sencillos que permitan la recopilación, resumen, interpretación y análisis de datos auténticos, con menos énfasis en los conceptos y procedimientos formalistas característicos del razonamiento matemático.

Por consiguiente, ese marco conceptual desarrollado por la ASA ha provocado el surgimiento de diferentes perspectivas asociadas con la forma de desarrollar en nuestros estudiantes el razonamiento estadístico de forma distintiva del razonamiento matemático. Las mismas serán discutidas a continuación, y analizaremos cómo están fundamentadas por diferentes posturas filosóficas, psicológicas, sociológicas de la educación. En términos generales, veremos como todas las perspectivas están contextualizadas en el constructivismo como perspectiva filosófica y psicológica de la educación que está basada en las teorías sobre el desarrollo humano de Piaget (1978b) y Vygotski (1979). En las mismas también veremos las ideas específicas de Piaget (1978a) en torno a la enseñanza constructivista de las matemáticas. Igualmente, veremos como la postura filosófica de la educación progresista y sus ideas de la enseñanza pragmática y centrada en el educando (Dewey, 2004) se manifiestan en todas las perspectivas. Debido a su inherencia en el razonamiento estadístico, también será evidente la manifestación de los asuntos relacionados con la resolución de problemas, cuyos inicios han sido atribuidos históricamente a los trabajos realizados por E. L. Thorndike, John Dewey y los psicólogos de la Gestalt (Bruning et al., 2005). Otra postura filosófica y social más moderna que también veremos manifestada a través de las diferentes perspectivas sobre el razonamiento estadístico es la propuesta de aprendizaje continuo de Claxton (2001). Este autor propone que las personas, en nuestro caso los estudiantes, deben demostrar en sus diferentes experiencias educativas las tres R de la facultad de aprender: desarrollar la *resistencia* necesaria para continuar aprendiendo, además de *reflexionar* sobre el proceso de aprendizaje, pues se le ha provisto de los *recursos* necesarios para aprender sin dejarse vencer ante cualquier dificultad.

Perspectivas sobre el razonamiento estadístico

Producción de estudiantes estadísticamente educados

La perspectiva sobre la producción de estudiantes estadísticamente educados tiene como objetivo que los estudiantes desarrollen destrezas para alcanzar la pericia estadística. Para lograr este objetivo varios autores argumentan que es más importante el proceso de aprender algunas técnicas estadísticas básicas que la cantidad de técnicas aprendidas. Por lo tanto, hacen seis recomendaciones generales de cómo debe desarrollarse el razonamiento estadístico a través de actividades específicas en lugar de temas específicos que deben ser incluidos en el proceso educativo (Franklin & Garfield, 2006). Estas recomendaciones están muy relacionadas con las ideas propuestas por Wild y Pfannkuch (1999) sobre las cuatro dimensiones del pensamiento estadístico, con los seis principios para desarrollar un ambiente de aprendizaje para el razonamiento estadístico (SRLE, por sus siglas en inglés) de Garfield y Ben-Zvi (2008), y con los denominados cinco hábitos mentales para el razonamiento estadístico de Shaughnessy, Chance y Kranendonk (2009). Igualmente, las recomendaciones tienen como base las guías propuestas en el inicio de la década de 1990 por el Grupo Focal ASA-MAA (Mathematical Association of America) (Cobb, 1992; Scheaffer, 2000) y los diez principios para el aprendizaje estadístico propuestos por Garfield (1995).

La primera recomendación que hacen es que se enfatice la alfabetización estadística y el desarrollo del pensamiento estadístico. La alfabetización estadística consiste en comprender el lenguaje básico y algunas ideas fundamentales de la disciplina. En cuanto al pensamiento estadístico, este se refiere a que el estudiante desarrolle comprensión hacia la necesidad de datos, la importancia de la producción de datos, además de la presencia, cuantificación y explicación de la variabilidad en los datos. En este caso se recomienda que los educadores demosremos a

nuestros estudiantes que no hay un procedimiento único para resolver todos los problemas que se investigan a través de las herramientas del análisis estadístico. Esta recomendación está avalada y fundamentada por las ideas de Bruning y sus colaboradores (2005) con respecto a que la enseñanza en las disciplinas matemáticas debe incluir de forma integrada los conocimientos conceptuales, de procedimiento y estratégico, los que son pilares en la resolución de problemas. Estos autores argumentan que la investigación sobre la resolución de problemas matemáticos demuestra que cuando los estudiantes poseen estrategias fuertes y flexibles basadas en el conocimiento conceptual, tiene como consecuencia que la resolución de problemas sea más efectiva. Los profesores de estadística estamos llamados a romper con los esquemas de la enseñanza tradicional para ayudar a que nuestros estudiantes puedan desarrollar una red conceptual de información y conocimiento metacognitivo fundamentada en los procedimientos y estrategias de la resolución de problemas, que puedan usarla flexiblemente.

La segunda recomendación es que los educadores usemos datos reales como parte de la enseñanza estadística, pues le permitirá a nuestros estudiantes relacionar el análisis de los datos con el contexto del problema que se pretende resolver. Asimismo, el uso de datos reales de interés para los estudiantes es una forma de involucrarlos para pensar sobre los conceptos estadísticos relevantes para resolver el problema asociado con esos datos. Se recomienda que los datos provengan de investigadores o de las bases de datos de la misma institución educativa en la que se enseña. Coincidimos con esta recomendación, especialmente en el uso de datos que estén relacionados con los estudiantes sin que su integridad o privacidad se vean amenazadas. Igualmente, podemos dar testimonio de que utilizar un mismo conjunto de datos reales, con variables que puedan ser usadas en diferentes instancias a lo largo de todo el currículo de un curso básico de estadística, le da a los estudiantes una visión más clara de la importancia de la

pericia estadística, así como también de la utilidad de las herramientas del análisis estadístico en su vida personal y profesional. Esta postura está de acuerdo con las ideas progresistas de John Dewey con relación a la educación. De acuerdo con Dewey (2004), la filosofía educativa progresista propone que el aprendizaje debe estar basado en la experiencia, cuya preparación esté dirigida a la utilización máxima de las oportunidades de la vida en el presente. Dewey argumenta claramente que “la unidad fundamental de la nueva pedagogía [progresista] se encuentra en la idea de que existe una íntima y necesaria relación entre los procesos de la experiencia real y la educación” (p. 68).

La tercera recomendación que se presenta es que se trabaje con mayor intensidad el entendimiento conceptual estadístico antepuesto al conocimiento de los procedimientos algorítmicos que existen en la estadística. Esta recomendación va de la mano con una cuarta, que establece usar las herramientas tecnológicas como medios para desarrollar los conceptos estadísticos, así como también para facilitar el análisis de los datos. Es importante que el objetivo primario de la enseñanza sea el descubrimiento y entendimiento de los conceptos, no la mera enseñanza de los métodos. Se recomienda enfocarse en que los estudiantes logren comprender y aplicar los conceptos estadísticos más importantes a través de sólo algunas técnicas o herramientas estadísticas que sean discutidas y modeladas a profundidad, en lugar de intentar discutir muchas técnicas de forma superficial. Es recomendable realizar cómputos rutinarios a través del uso de las herramientas tecnológicas para así poder dar mayor énfasis a lo que realmente entendemos tiene mayor importancia en los cursos de estadística: la interpretación de los resultados. Somos testigos de que el uso oportuno y aplicado de la tecnología rinde excelentes frutos para una mejor comprensión de los conceptos estadísticos, pero sobre todo para permitirles a los estudiantes mejorar sus habilidades interpretativas. La misma también nos ha

sido muy útil para romper con el paradigma de que la tecnología ‘trabaja por mí para darme’ las respuestas correctas a un problema; la tecnología ‘trabaja conmigo para ayudarme’ a descubrir e interpretar correctamente las posibles explicaciones a un problema.

Por otro lado, gracias a la tecnología, la manera en que trabajamos los que usamos las herramientas de la estadística ha transformado no sólo nuestro trabajo profesional, sino también cómo enseñamos esta disciplina. Utilizar eficientemente la tecnología como herramienta para analizar los datos permitirá que nuestros estudiantes se enfoquen en la interpretación de los resultados y en probar condiciones, en lugar de los algoritmos y la mecánica computacional de las fórmulas estadísticas. Asimismo, la tecnología viene a nuestro auxilio para que los estudiantes puedan visualizar conceptos y desarrollar entendimiento sobre ideas abstractas a través de las simulaciones. Dado que la tecnología está para ayudarnos a interpretar las respuestas y no para encontrar las mismas, también es muy útil para que nuestros estudiantes, con la guía de nosotros los educadores, puedan hacer exploraciones sobre sus ideas conceptuales para mejorar y aumentar su aprendizaje estadístico. La tecnología es muy útil para provocar la curiosidad en nuestros estudiantes que les permita contestarse preguntas que completen la frase ‘que pasaría si...’. No obstante, debemos tener el cuidado de seleccionar la herramienta tecnológica más apropiada para nuestros propósitos educativos de acuerdo con el nivel y la profundidad en los que estamos enseñando.

En el caso anterior, ambas recomendaciones son el reflejo de las ideas propuestas por Bruner (1961) con relación al aprendizaje por descubrimiento. De acuerdo con Schunk (2004), el descubrimiento es un tipo de razonamiento inductivo dado que los estudiantes son llevados por nosotros los educadores a través del estudio de ejemplos específicos hasta llegar a la formulación de reglas, conceptos y principios generalizados. En el caso particular de esta recomendación ese

es nuestro objetivo educativo como parte del razonamiento estadístico. En este proceso de llevar a nuestros estudiantes a razonar inductivamente, también se expresan las ideas de Vygotski (1979) sobre la zona de desarrollo próximo. Para llegar al próximo nivel no sólo nosotros como educadores guiaremos a los estudiantes, sino también sus compañeros de clases. Sobre este particular podemos afirmar que es una experiencia diaria que vivimos en nuestras clases. Las ideas de Vygotski y la zona de desarrollo próximo también son evidentes a través de la recomendación que será discutida a continuación.

La quinta recomendación establece que debe fomentarse el aprendizaje activo en el salón de clases, pues el mismo promueve el aprendizaje cooperativo por medio del cual los estudiantes aprenden unos de los otros. Igualmente, el aprendizaje activo les permite a los estudiantes descubrir, construir y entender las ideas estadísticas importantes, así como también modelar el pensamiento estadístico. Definitivamente, no dudamos que los métodos de aprendizaje activo son la forma en la que los estudiantes pueden aplicar sus destrezas de comunicación estadística, además de que aprenden a cómo trabajar en equipo, destreza fundamental y muy valorada en el mundo laboral del presente. Tampoco dudamos que el aprendizaje activo a través de la discusión grupal y de las experiencias de trabajos especiales grupales les han dado a nuestros estudiantes la emancipación para dominar y aplicar los conceptos estadísticos que aprenden en nuestros cursos de estadística. Es bien gratificante cuando escuchamos y observamos a nuestros estudiantes subgraduados expresarse con propiedad estadística y analizar razonablemente la información que sus datos le comunican para poder hallar una solución posible al problema particular que están investigando. Asimismo, el aprendizaje activo les ha provisto a nuestros estudiantes destrezas analíticas para desarrollar su escepticismo y cuestionar con evidencia cuando la información presentada no les satisface o convence totalmente.

Con relación a esta quinta recomendación no dudamos en afirmar que su visión del aprendizaje activo es cónsona con la teoría social del aprendizaje propuesta por el español Ramón Flecha (1997): el *aprendizaje dialógico*. Este tipo de aprendizaje tiene como fundamento el diálogo; cómo las personas son aprendices activos al compartir sus ideas por medio de la tertulia. El aprendizaje dialógico tiene como requisitos las explicaciones, pues éstas representan los medios para racionalizar y debatir las ideas. Asimismo, son requisitos los relatos, los que permiten que este tipo de aprendizaje sea vivido en situaciones de la vida diaria (Flecha, 1997). En el aspecto sociológico también se manifiestan las ideas de la teoría sociocultural basadas en las propuestas teóricas de Vygotsky (1986). Este filósofo describió el aprendizaje como parte integral de la vida social, y el mismo ocurre cuando el aprendiz interactúa con sus pares, los objetos y los eventos en ese ambiente. Otra teoría que apoya esta recomendación es la relacionada con los aprendizajes enactivo y vicario de Bandura (1997). El primer tipo de aprendizaje se manifiesta cuando le permitimos a un estudiante aprender a usar las herramientas de la estadística a través de la experiencia práctica. El segundo se manifiesta a través del intercambio verbal con los pares más expertos, así como por la observación de las estrategias que esos pares utilizan para resolver un problema estadístico.

La sexta y última recomendación está dirigida a utilizar el *assessment* como herramienta para mejorar y evaluar el aprendizaje de nuestros estudiantes. Sobre este particular debemos hacer hincapié en que el *assessment* de nuestros estudiantes debe ir alineado a nuestros objetivos de aprendizaje. Es importante que las herramientas de *assessment* que usemos estén enfocadas hacia evaluar cómo nuestros estudiantes realmente entienden las ideas importantes del pensamiento estadístico, más allá de las destrezas y procedimientos computacionales para hallar una respuesta ‘correcta’. Recordemos que en estadística no existen respuestas correctas únicas,

sino respuestas razonables, por lo que debemos estar abiertos a una posibilidad de diferentes respuestas a un mismo problema estadístico. Nuestra experiencia nos dice que el trabajo del educador que sigue esta recomendación será monumental. No obstante, monumental también serán las satisfacciones durante todo el proceso de aprendizaje. La integración de las evaluaciones formativas es fundamental. De esa forma le podremos dar al estudiante la retroalimentación necesaria que le permita mejorar los conocimientos y las destrezas que le darán la pericia estadística que esperamos al final de su formación académica. Una vez más se manifiestan en esta recomendación las ideas sociales del aprendizaje dialógico de Flecha (1997), de los aprendizajes enactivo y vicario de Bandura (1997), así como las ideas de Vygotsky (1986) sobre la teoría sociocultural y sobre la zona de desarrollo próximo (Vygotski, 1979). En este caso particular, la retroalimentación a través de la observación y del intercambio dialógico e interactivo con nosotros los educadores hará que los estudiantes logren alcanzar los próximos niveles de desarrollo cognoscitivo que los llevarán a razonar estadísticamente.

Redefinición de la instrucción estadística

La perspectiva para redefinir la instrucción estadística tiene como objetivo el que se construyan conexiones entre las expresiones matemáticas formales de la estadística y las intuiciones informales. Aunque esta perspectiva propuesta por Meletiou-Mavrotheris (2007) tiene un objetivo distinto a la perspectiva anterior, veremos a través de su discusión que ambas perspectivas son paralelas y comparten algunas de las ideas que proponen. Esta perspectiva para redefinir la enseñanza de la estadística consiste de cinco principios. Los mismos están basados en un análisis de las dificultades que muestran los estudiantes para entender los conceptos fundamentales del razonamiento estadístico, según se manifiestan en hallazgos empíricos sobre

la enseñanza de la estadística. En nuestro caso veremos cuáles fundamentos teóricos se manifiestan a través de estos principios propuestos.

El primer principio consiste en que la enseñanza estadística debe proveer una ruta interconectada que promueva en los estudiantes el desarrollo de su propio razonamiento estadístico. El mismo les deberá proveer a los estudiantes las oportunidades para decidir cuáles decisiones propias habrán de tomar para conectar los conceptos estadísticos básicos con los constructos estadísticos principales. Seguir esa ruta de interconexión, en lugar de presentar el currículo estadístico de forma individual y desintegrada, llevará a que nuestros estudiantes desarrollen fuerte y profundamente su razonamiento estadístico. En este principio se manifiestan explícitamente las ideas relacionadas con la metacognición (Bruning et al., 2005), pues nuestros estudiantes deben tomar sus propias decisiones para determinar cómo harán las conexiones entre el micro (conceptos básicos) y el macro (constructos principales).

El segundo principio establece que para desarrollar el razonamiento estadístico es necesario que complementemos en la enseñanza de la estadística tanto la teoría como la experiencia. Esto se traduce en que deben unirse el conocimiento estadístico, el conocimiento de contenido y la información en los datos para que el estudiante pueda razonar, reflexionar y conjeturar sobre las implicaciones de esos datos. Para que el salón de clases estadístico sea un modelo auténtico y dinámico de la cultura estadística, en el mismo debemos modelar investigaciones reales que muestren cómo es el razonamiento estadístico en lugar de usar métodos de enseñanza tradicionales, secuenciales y aislados de la realidad. De esa forma nuestros estudiantes podrán vivir y apreciar el valor del razonamiento estadístico como medio no sólo para cuantificar, sino también para describir la variación inherente que existe en casi todos los procesos que ocurren en nuestro entorno social. Este principio es similar a la recomendación

discutida anteriormente sobre el uso de datos reales como parte de la enseñanza de la estadística. Por lo tanto, las ideas de Dewey (2004) con relación al aprendizaje basado en la experiencia característico de la filosofía educativa progresista, están también presentes. Igualmente, las ideas de la teoría sociocultural basadas en las propuestas teóricas de Vygotsky (1986) se manifiestan en este principio dado el énfasis en la observación de los procesos que ocurren en la sociedad y que pueden ser explicados a través del razonamiento estadístico. Por otro lado, la teoría de Bandura (1997) sobre el aprendizaje enactivo, también se manifiesta en este principio a través del aprendizaje estadístico por medio de la experiencia práctica.

El tercer principio de esta perspectiva manifiesta que el razonamiento estadístico debe construirse a partir del conocimiento previo y de las intuiciones de los estudiantes, las que están basadas en sus impresiones, sus creencias y sus expectativas. Para simplificar las relaciones matemáticas y construir enlaces con las intuiciones de nuestros estudiantes, en este principio se recomienda que a través de la enseñanza se enfatice el uso de analogías con la experiencia diaria de los estudiantes en contextos que les sean familiares. Por cuanto, la enseñanza debe girar alrededor de cómo piensan y qué entienden nuestros estudiantes; no alrededor de un currículo tradicional, jerárquico y predeterminado. Las actividades curriculares y sus evaluaciones deben ser dinámicas y flexibles. De esa forma podrán adaptarse a una variedad de perspectivas y enfoques, así como también a las necesidades que manifiesten nuestros estudiantes. De esa forma lograremos que nuestros estudiantes alcancen el nivel más alto posible de razonamiento estadístico. En este principio vemos una vez más como la postura filosófica de la educación progresista y las ideas de la enseñanza pragmática y centrada en el educando de Dewey (2004) vuelven a manifestarse. Igualmente, las ideas sobre el desarrollo de la eficacia del pensamiento intuitivo propuestas por Bruner (1963) son evidentes en este principio para redefinir la enseñanza

estadística. Observamos también como las ideas sobre la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner (1987) están contempladas en el aspecto sobre la flexibilidad que deben tener las actividades curriculares.

Finalmente, los últimos dos principios para redefinir la instrucción estadística están muy relacionados, por lo que serán discutidos en conjunto. El cuarto principio va dirigido a establecer un balance entre los razonamientos probabilístico y determinado para alcanzar un mayor nivel de razonamiento estadístico. El razonamiento probabilístico está asociado con la habilidad para aceptar la incertidumbre y la variación que ocurre en nuestro mundo real, como herramienta para interpretar las tendencias que presentan unos datos y la variación de las posibles explicaciones razonables. Para que nuestros estudiantes logren razonar probabilísticamente, se recomienda el quinto principio de esta postura: los conceptos relacionados con la variación deben ser centrales en la enseñanza estadística. El razonamiento estadístico está asociado con el aprendizaje y la toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre. La variación es una fuente crítica de esa incertidumbre y, por lo tanto, es considerada el elemento central del razonamiento estadístico. Por consiguiente, a través de la educación estadística debemos proveer a nuestros estudiantes las destrezas necesarias para notar, reconocer, explicar y lidiar con la variación. Por otro lado, en el caso del razonamiento determinado, el mismo está asociado con la búsqueda de una respuesta única para la información que muestran unos datos, basada sólo en razones de causa y efecto; más de una explicación no es aceptable.

Sobre estos particulares, se ha encontrado que el entendimiento de nuestros estudiantes sobre los conceptos de azar y probabilidad involucra no sólo una construcción conceptual sino también sus creencias sobre lo qué significa la probabilidad en el mundo real. La evidencia

empírica señala que la mayoría de los estudiantes razonan determinadamente, por lo que no pueden apreciar cuánto la probabilidad se expresa en las experiencias propias en la vida real. Para lograr el balance entre ambos tipos de razonamiento, es importante que a través de la enseñanza de la estadística permitamos que nuestros estudiantes adopten una actitud crítica ante información nueva. Nuestros estudiantes deben desarrollar la capacidad de ser escépticos y cuestionar con evidencia. De esa forma podrán analizar si otras explicaciones para un problema son lógicamente posibles. En este caso particular las ideas sobre el pensamiento crítico se manifiestan claramente en estos últimos principios para redefinir la enseñanza de la estadística. De acuerdo con Bruning y sus colaboradores (2005), el pensamiento crítico es una actividad reflexiva basada en creencias propias que permiten comprender mejor la naturaleza de un problema, para analizar y evaluar la información disponible sobre ese problema, con el objetivo de tomar una decisión informada. Por otro lado, entendemos también que las ideas del aprendizaje dialógico de Flecha (1997) y sobre la zona de desarrollo próximo de Vygotski (1979) son importantes y fundamentales para estos dos principios. Una vez más, los estudiantes lograrán alcanzar los próximos niveles de desarrollo cognoscitivo que les permitan razonar estadísticamente, a través del intercambio verbal e interactivo con nosotros los educadores. Es importante que las actividades curriculares que se creen para redefinir la enseñanza de la estadística tomen en consideración las ideas que se presentan en esas teorías.

Resumen y conclusiones

Al reflexionar sobre lo discutido con relación a las perspectivas propuestas para que nuestros estudiantes razonen estadísticamente, encontramos que las mismas están fundamentadas en diferentes aspectos psicológicos, filosóficos y sociológicos. Debido a la naturaleza del

razonamiento estadístico, afirmamos que el constructivismo y la resolución de problemas tienen un papel protagónico en la propuesta de enseñanza de la estadística. Igualmente, la filosofía progresista en conjunto con sus ideas de educación pragmática y centrada en el educando, se manifiesta explícitamente en todos los planteamientos presentados. No podemos opacar la presencia continua de las ideas relacionadas con el aprendizaje dialógico de Ramón Flecha, la teoría sociocultural y la zona de desarrollo próximo de Lev S. Vygotski, el aprendizaje continuo de Guy Claxton, así como tampoco los aprendizajes enactivo y vicario de Albert Bandura. En menor grado, pero no de menor importancia, se manifiestan la metacognición, las inteligencias múltiples de Howard Gardner y las ideas de Jerome S. Bruner sobre el aprendizaje por descubrimiento y el aprendizaje intuitivo.

Nos parece importante que el análisis aquí presentado sirva para demostrar que las perspectivas sobre el razonamiento estadístico y su enseñanza estadística están sostenidas por fundamentos educativos en distintas áreas, además de los resultados empíricos que argumentan los proponentes de ambas perspectivas (Franklin & Garfield, 2006; Meletiou-Mavrotheris, 2007). Este análisis tiene como objetivo ilustrar que los cambios curriculares en estadística tienen cimientos sólidos, no sólo en los resultados de nuestras prácticas educativas y las investigaciones, sino también en los fundamentos de la educación como disciplina. Es una forma de demostrar que la brecha entre el binomio que forman la práctica y la teoría realmente sólo existe en nuestras mentes, pues se ha demostrado que los mismos han llegado a unirse. Igualmente, es nuestro interés que el análisis presentado pueda ser tomado en consideración al momento de realizar investigaciones sobre el razonamiento estadístico. Nuestro objetivo es que las actividades y materiales curriculares que se diseñen para esas investigaciones respondan a los modelos o teorías que se desean estudiar.

Referencias

- American Statistical Association (ASA). (2005). *GAISE College Report*. Recuperado de <http://www.amstat.org/education/gaise>
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada, España: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/didacticaestadistica.zip>
- Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, 31, 21-32.
- Bruner, J. S. (1963). *El proceso de la educación*. México: UTEHA.
- Bruning, R. H., Schraw, G. J., Norby, M. N., & Ronning, R. R. (2005). *Psicología cognitiva y de la instrucción*. (4ta ed.). Madrid: Pearson Educación, S. A.
- Claxton, G. (2001). *Aprender. El reto del aprendizaje continuo*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S. A.
- Cobb, G. (1992). Teaching Statistics. En L. A. Steen (Ed.), *Heading the call for change: Suggestions for curricular action*, (pp. 3-23). Washington, D.C: Mathematical Association of America.
- Dewey, J. (2004). *Experiencia y educación*. Madrid: Editorial Biblioteca Nueva, S. L.
- Flecha, R. (1997). *Compartiendo palabras. El aprendizaje de las personas adultas a través del diálogo*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
- Franklin, C. A., & Garfield, J. B. (2006). The GAISE Project: Developing statistics education guidelines for grades Pre-K–12 and college courses. En G. F. Burrill, & P. C. Elliot (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance*, (pp. 345-375). Reston, VA: NCTM.
- Gardner, H. (1987). *Estructuras de la mente: la teoría de las múltiples inteligencias*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Garfield, J. (1995). How students learn statistics. *International Statistical Review*, 63(1), 25-34.
- Garfield, J. B., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. USA: Springer Science + Business Media B. V.
- Meletiou-Mavrotheris, M. (2007). The formalist mathematical tradition as an obstacle to stochastic reasoning. En K. François, & J. P. Van Bendegem (Eds.), *Philosophical Dimensions in Mathematics Education*, (pp. 131-155). New York: Springer Science + Business Media, LLC.

- Moore, D., & Cobb, G. (2000). Statistics and mathematics: Tension and cooperation. *American Mathematics Monthly*, 615-630. Recuperado de <http://stat.purdue.edu/>
- Piaget, J. (1978a). La iniciación matemática. Las matemáticas modernas y la psicología del niño. En J. Hernández (Ed.), *La enseñanza de las matemáticas modernas*, (pp. 182-186). Madrid: Alianza Editorial, S. A.
- Piaget, J. (1978b). *Success and understanding*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Rossmann, A., Chance, B., & Medina, E. (2006). Some important comparisons between statistics and mathematics, and why teachers should care. En G. F. Burrill, & P. C. Elliot (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance*, (pp. 323-333). Reston, VA: NCTM.
- Scheaffer, R. L. (2000). Statistics for a new century. En M. J. Burke, & F. R. Curcio (Eds.), *Learning mathematics for a new century*, (pp. 158-173). Reston, VA: NCTM.
- Scheaffer, R. L. (2006). Statistics and mathematics: On making a happy marriage. En G. F. Burrill, & P. C. Elliot (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance*, (pp. 309-321). Reston, VA: NCTM.
- Schunk, D. H. (2004). *Learning theories, an educational perspective* (4th Edition). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Shaughnessy, J. M., Chance, B., & Kranendonk, H. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making in statistics and probability*. Reston, VA: NCTM.
- Tukey, J. (1962). The future of data analysis. *Annals of Mathematical Statistics*, 33, 1-67.
- Vygotski, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Editorial Crítica, S. A.
- Vygotsky, L. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, p. 226.